

# Fafizika

## 9. előadás

### A faanyag rugalmasságának jellemzése

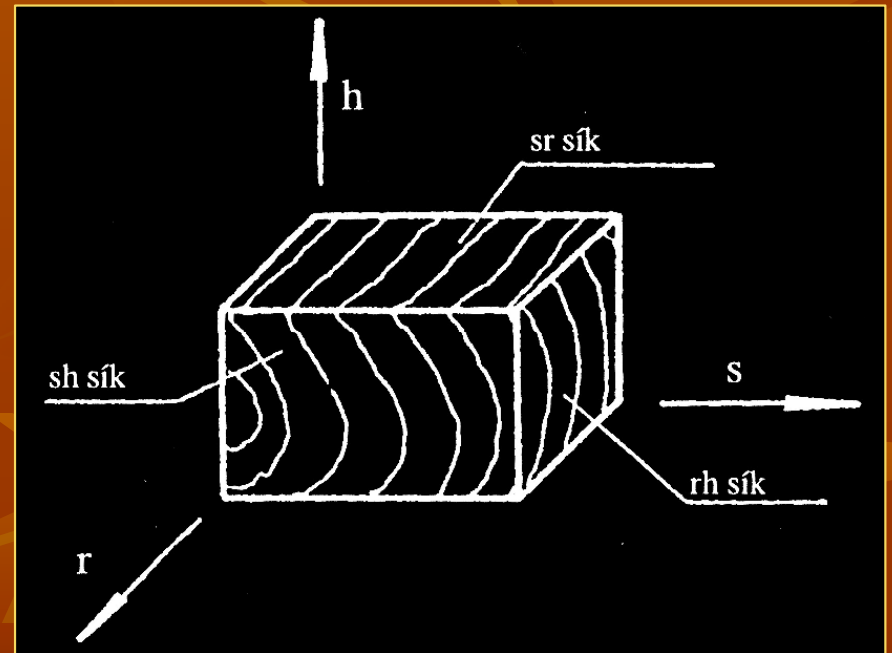
Prof. Dr. Molnár Sándor  
NYME, FMK,  
Faanyagtudományi Intézet

- A fának, mint ortotróp (ortogonálisan anizotróp) anyagnak a rugalmassági - alakváltozási jellemzőit legcélszerűbb rost-, sugár-, húrirányoknak megfelelően derékszögű koordináta rendszerben vizsgálni.
- A rugalmassági alakváltozási jellemzők e rendszerben a következő 12 paraméterrel fejezhetők ki:

- $E_r, E_s, E_h$  - rost, sugár és húr irányú rugalmassági moduluszok (Young-féle moduluszok)

- $G_{rs}, G_{rh}, G_{sh}$  - nyíró rugalmassági moduluszok az rs, rh és sh síkokban,

- $\mu_{rs}, \mu_{rh}, \mu_{sh}, \mu_{sr}, \mu_{hr}, \mu_{hs}$  - Poisson-féle állandók (a keresztirányú alakváltozások viszonyai).



# A rugalmassági modulusz (Young-féle modulusz)

- A rost- sugár- és húrirányú normál feszültségek ( $\sigma$ ) okozta alakváltozások jellemzésére szolgáló rugalmassági modulusz (E) értéke egyenlő az egységnyi, fajlagos alakváltozáshoz szükséges feszültséggel (MPa) :

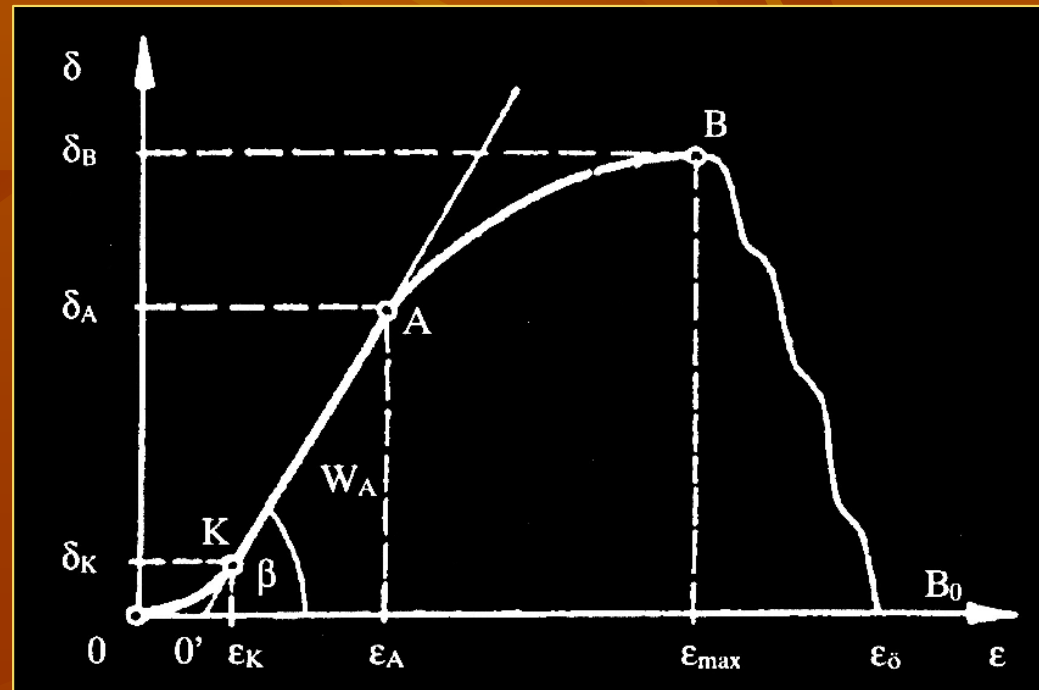
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

- ahol:  $\varepsilon$  - a normál feszültségek okozta fajlagos alakváltozás
- Ennek értéke:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

- A természetes faanyag rugalmasságának megismeréséhez célszerű a fa „” jelleggörbéjéből kiindulni. Ennek jellemző szakaszai és pontjai a következők:
  - O-K: a kezdeti nem lineáris jellegű görbületi szakasz, melynek hosszát a vizsgált mintadarab felületi egyenetlensége, a teherátadó nyomófej, befolyásolja.
  - K-A: a lineárisan rugalmas szakasz, amely az arányossági határig tart. Ezen belül az alakváltozás- feszültség kapcsolata lineáris, a Hooke-törvény értelmében valamely „F” tengelyirányú terhelés esetén.
- A-B: az arányossági (A) és a törési (B) határok közötti képlékeny szakasz
- B-B<sub>0</sub>: a törést követő szakasz.

$$\operatorname{tg} \beta = E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$



- A rugalmassági modulusz reciproka a **nyúlástényező (s)**.

$$s = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \frac{\Delta l}{l \cdot \sigma}$$

- Ismeretében a fajlagos alakváltozás kifejezhető:  $\varepsilon = s \cdot \sigma$

# A nyíró (csúsztató) rugalmassági modulusz

- Az érintő irányú nyíró feszültségek ( $\tau$ ) okozta alakváltozások jellemzésére szolgál a nyíró (csúsztató) rugalmassági modulusz ( $G$ ).
- A fajlagos alakváltozás ez esetben az  $r_h$ ,  $r_s$ ,  $r_{sh}$  síkokban a nyíró feszültség okozta lapszögváltozással ( $\gamma$ ) jellemezhető.

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

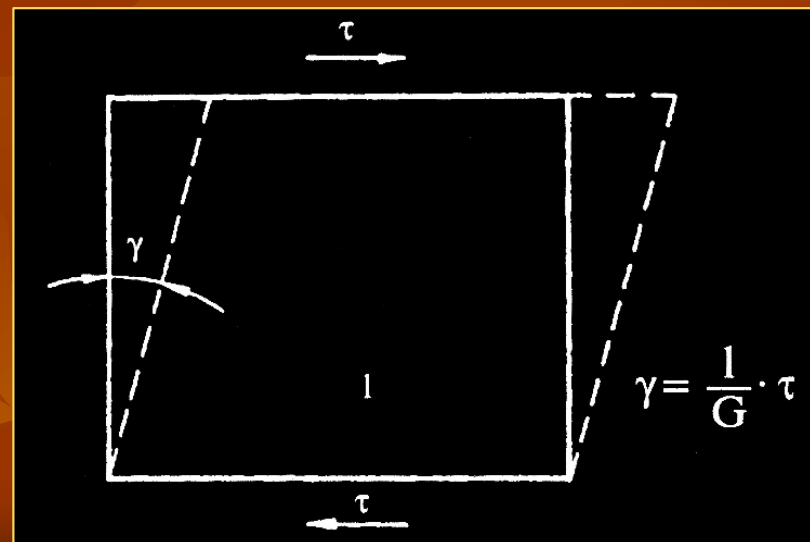
$$\gamma = \frac{1}{G} \cdot \tau$$

- A nyírási tényező, az egységnyi nyírófeszültség okozta lapszögváltozással jellemezhető.

$$s_{\tau} = \frac{1}{G} = \frac{\gamma}{\tau}$$

$$\gamma = \frac{s_{\tau}}{\tau}$$

- Ismeretében a fajlagos nyíró alakváltozás értéke:





# Poisson-féle állandók

- Valamely  $r$  irányú megnyúlás hatására a rá merőleges  $s$  és  $h$  irányokban keresztirányú méretcsökkenés következik be, összenyomódás esetén pedig méretnövekedés.
- Az egymásra merőleges irányú fajlagos alakváltozások hányadosait Poisson-féle állandónak ( $\mu$ ) nevezzük. Az ortogonálisan anizotróp faanyagra hat Poisson-féle állandó írható fel, pl:

$$\mu_{sh} = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_s}$$

# Az általános Hook-törvény

- A fára vonatkozóan tehát a rugalmassági tulajdonságokat: 3-3  $E$  és  $G$  modulusz és 6 Poisson-féle tényező fejezi ki.
- E 12 rugalmassági technikai állandóra – az „ $E$ ” modulusz kivételével - viszonylag kevés adat áll rendelkezésre.

Rugalmassági jellemzők	Lucfenyő	Korai nyár	Magas kőris	Tölgy
$E_r$ , MPa	13650	13938	15798	11778
$E_s$ , MPa	789	884	1875	2046
$E_h$ , MPa	289	349	1268	1028
$G_{rs}$ , MPa	573	841	1324	-
$G_{rh}$ , MPa	474	386	1082	-
$G_{sh}$ , MPa	53	112	254	-
$\mu_{rh}$	0,557	0,590	0,556	0,452
$\mu_{rs}$	0,489	0,507	0,508	0,365
$\mu_{sh}$	0,990	1,190	0,727	0,601
$\mu_{sr}$	0,023	0,037	0,059	0,014
$\mu_{hs}$	0,687	0,356	0,467	0,328
$\mu_{hr}$	0,014	0,014	0,044	0,038



- Több fafaj vizsgálata alapján:

	$\mu_{rs}$	$\mu_{rh}$	$\mu_{sh}$	$\mu_{hs}$	$\mu_{sr}$	$\mu_{hr}$
puha fákra	0,37	0,42	0,47	0,35	0,041	0,033
kemény fákra	0,37	0,50	0,65	0,33	0,044	0,027

- A különböző rugalmassági-alakváltozási jellemzőket együttesen kifejező általános Hooke törvény ortotróp testekre:

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r}{E_r} - \frac{\mu_{rs} \cdot \sigma_s}{E_s} - \frac{\mu_{rh} \cdot \sigma_h}{E_h}$$

$$\gamma_{hr} = \frac{\tau_{hr}}{G_{hr}}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\mu_{sh} \cdot \sigma_h}{E_h} - \frac{\mu_{sr} \cdot \sigma_r}{E_r}$$

$$\gamma_{rs} = \frac{\tau_{rs}}{G_{rs}}$$

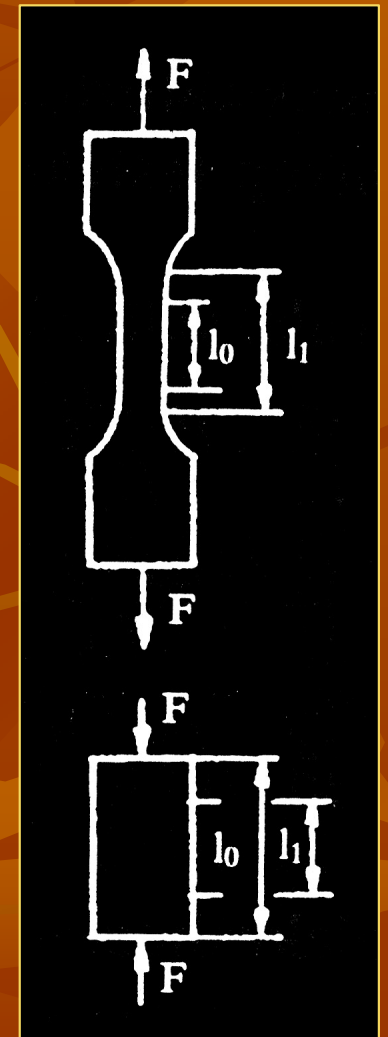
$$\varepsilon_h = \frac{\sigma_h}{E_h} - \frac{\mu_{hs} \cdot \sigma_s}{E_s} - \frac{\mu_{hr} \cdot \sigma_r}{E_r}$$

$$\gamma_{sh} = \frac{\tau_{sh}}{G_{sh}}$$

# A rugalmassági-alakváltozási jellemzők meghatározása

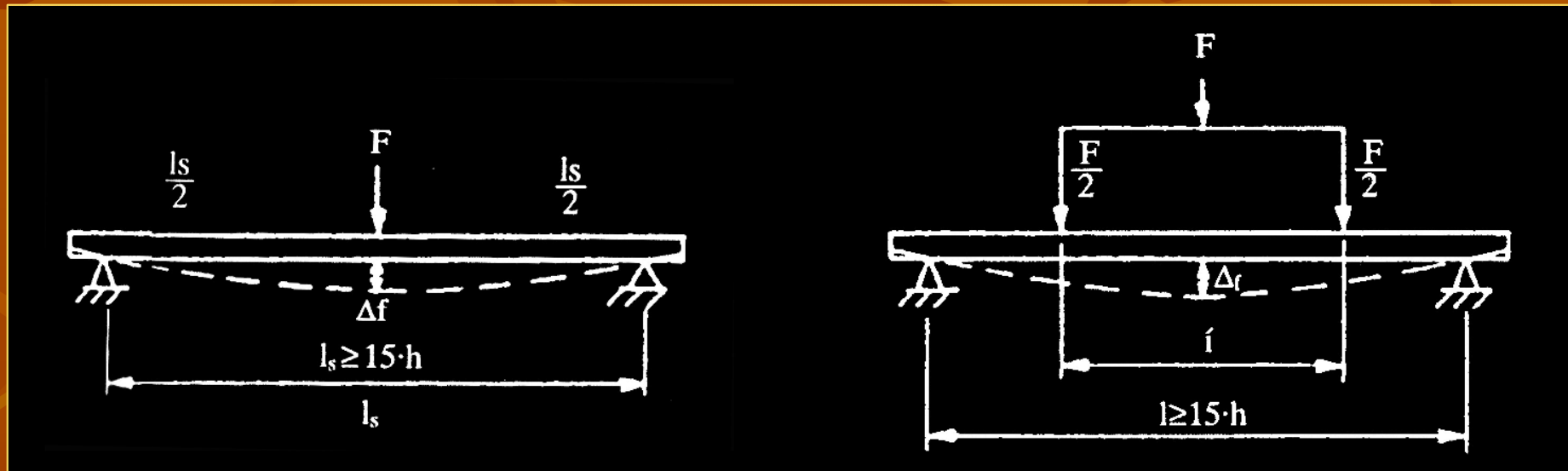
- A rugalmas állandók mérése történhet lassú, egyenletes (statikus), vagy pedig nagy gyorsulású, lengő (dinamikus) terheléssel.
- A statikus és dinamikus módon meghatározott állandók között gyakorlati jelentőségű különbség nincsen.
- A húzó- és a nyomó igénybevételek esetén a próbatestek megnyúlásának vagy összenyomódásának ( $\Delta l$ ) a mérésével - határozzuk meg az E értékeit:

$$E_{h,ny} = \frac{\sigma \cdot l}{\Delta l}$$



- A hajlítás összetett igénybevétel. Az E modulusz meghatározását elvégezhetjük 3 és 4 pontos terhelés mellett is.
  - hárompontos terhelés esetén:

$$E = \frac{I_s^3}{4 \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta f};$$



- négypontos terhelés esetén

$$E = \frac{2 \cdot l^3 - 3 \cdot l \cdot l^2 + l^3}{8 \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta f}$$

# Befolyásoló tényezők

- A rugalmassági és alakváltozási jellemzőket a természetes faanyag esetében befolyásolja:
  - a fafaj,
  - a sűrűség,
  - a rost(terhelés)irány,
  - a nedvességtartalom,
  - a hőmérséklet,
  - a terhelés ideje és
  - a faanyag szöveti sajátosságai.
- Különböző forgácslapoknál ezeken kívül szerepe van még a forgács méretének (főleg a hosszúságának) és orientációjának.

- A nedvességtartalom növekedésével - a rosttelítettségi határig - a rugalmassági modulusz értékei csökkennek, azt követően nem változnak.
- A hőmérséklet szerepe a 100°C-hoz közeli tartományban válik jelentőssé.
- A terhelés- és a rostirány által bezárt szög ( $\phi$ ) egyrészt a faanyag anizotróp szerkezetével, másrészt a terhelés módjával áll kapcsolatban.

$$E_{\phi} = \frac{E_{\parallel} \cdot E_{\perp}}{E_{\perp} \cdot \cos^n \phi + E_{\parallel} \cdot \sin^n \phi}$$

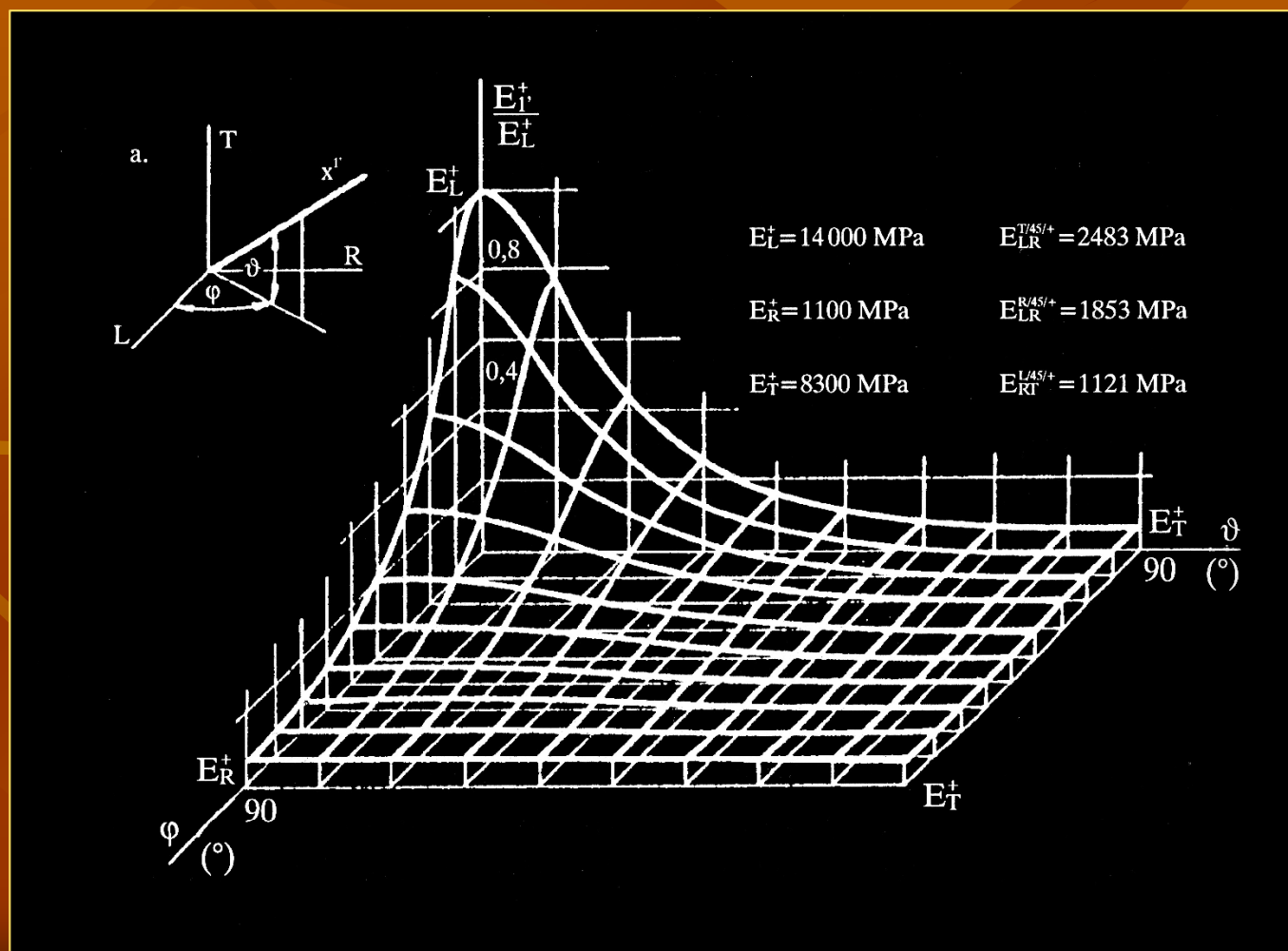
# A rugalmassági moduluszt befolyásoló néhány tényező

Befolyásoló tényezők	E modulusz, %
Rost- és terhelésirányok közötti szög	
0°	100
2°	97-98
6°	85-90
10°	60-80
Nedvességtartalom (nettó, %)	
0	100
5	95
10	85
20	75
30	70
≥ 30	70
Hőmérséklet, °C	
10	90
20	100
50	85
100	60



# Anizotrópiai diagram E-moduluszra

- A különböző fafajokra itt kidolgozott anizotrópia diagrammok a rugalmassági modulusz tetszőleges irányhoz tartozó változását szemléltetik a három dimenziós térben.





**Köszönöm a figyelmet!**